

در جسم توزیع تنش زیر وجود دارد. اگر نیروهای حجمی قابل صرف نظر کردن باشند، آیا جسم در حال تعادل است؟

حل: با استفاده روابط تعادل برای تانگنسیال

$$\sigma = \begin{bmatrix} C_1 x + C_2 y & C_5 x - C_1 y & 0 \\ C_5 x - C_1 y & C_5 x + C_4 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix}$$

تنش داده شده بررسی شود.

در عدم حضور نیروهای حجمی داریم:

$$\sigma_{ij} \cdot n_j = 0 \rightarrow \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + 0 = 0 \rightarrow C_1 - C_1 = 0 \rightarrow 0.k$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + 0 = 0 \rightarrow 0 + C_5 = 0 \rightarrow C_5 = 0$$

در صورتی که مقدار C_5 برابر صفر باشد جسم در حال تعادل خواهد بود.

بررسی کنید که آیا جسم با توزیع تنش زیر در حال تعادل است یا نه؟

حل: طبق روابط تعادل جسم دو بعدی داریم:

$$\sigma = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} x^2 y^2 & x y^3 \\ x y^3 & -\frac{1}{4} y^4 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \rightarrow -3xy^2 + 3xy^2 = 0 \rightarrow 0.k$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \rightarrow -y^3 + y^3 = 0 \rightarrow 0.k$$

بنابراین صدق کردن توزیع تنش در

معادلات تعادل، جسم در حال تعادل می باشد.

بخش تنش در جسمی به صورت زیر می باشد. مطلوب است فرم های تنش بر حسب x و y ؟ لازم به توضیح

$$\sigma_x = ax^2 + by^2 \quad \text{kg/cm}^2$$

$$\sigma_y = -2by^2$$

$$\tau = 4xy$$

می باشد که جسم در حال تعادل است.

حل:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \rightarrow 2ax + 4x = 0 \rightarrow \boxed{a = -2}$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \rightarrow -4by + 4y = 0 \rightarrow \boxed{b = 1.0}$$

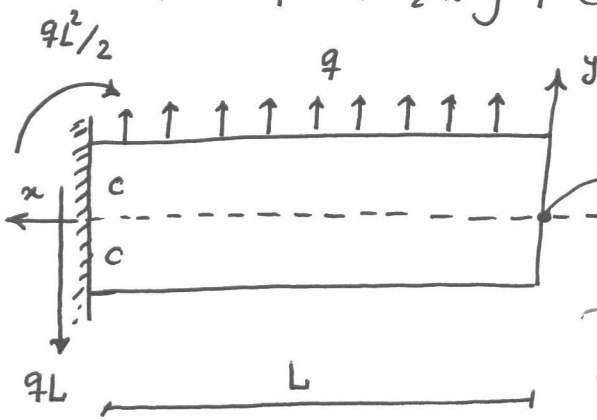
با توجه به مقادیر بدست آمده داریم:

$$\sigma_x = -2x^2 + y^2$$

$$\sigma_y = -2y^2$$

• برای تابع تنش ایری داده شده، ضرایب C_i را تعیین کنید.

$$\phi = C_1 x^2 + C_2 x^2 y + C_3 y^3 + C_4 y^5 + C_5 \cdot x^2 y^3$$



حل: برای حل این مسئله ابتدا باید

رابطه $\nabla^4 \phi = 0$ ارضا شود:

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} = 0 \dots$$

$$\rightarrow \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} = 0 \dots, \quad \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} = 120 C_4 y, \quad \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} = 12 C_5 \cdot y$$

$$\rightarrow 120 C_4 y + 2 \cdot 12 C_5 y = 0 \rightarrow \boxed{C_5 = -5 C_4} \quad (1)$$

در تمام معادلات، روابط مربوط به تنش σ را با برضن حد و عدد برضن برابر با ۱، اعمال می‌کنیم:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 6 C_3 \cdot y + 20 C_4 y^3 + 6 C_5 x^2 y \quad (2)$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 2 C_1 + 2 C_2 y + 2 C_5 y^3 \quad (3)$$

$$\tau_{xy} = - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = -2 C_2 \cdot x - 6 C_5 x y^2 \quad (4)$$